

Title	Wiener's Fundamental Formula 二就イテ
Author(s)	若松, 大助
Citation	全国紙上数学談話会. 43 p.5-p.8
Issue Date	1935-05-28
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74065
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

143. Wiener's Fundamental Formula = 就イテ

若松大助 (阪大)

Wiener, $g(t)$, "mittelwert", 存在ヲ假定レ
即チ

$$(1) \quad \mathcal{M}\{g\} = \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \int_0^X g(t) dt \quad (\text{有限})' \text{存在スルト,}$$

假定ヨリシテ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\infty g\left(\frac{X}{n}\right) K(X) dX = g(+0) \int_0^\infty K(X) dX$$

ヨリ Wiener's Formula ト云フ次ノ等式

$$(2) \quad \lim_{n \rightarrow 0} \int_0^\infty g\left(\frac{X}{n}\right) K(X) dX = \mathcal{M}(g) \int_0^\infty K(X) dX$$

ヲ導イタ (S. Bochner Vorlesungen über Fourier-
sche Integral §9. 30p.)

若シ (1) = 於テ

$$\begin{cases} X = e^{\xi}, & t = e^{\eta}, \\ g(e^{\eta}) = f(\eta) \end{cases} \quad K_1(\xi) = \begin{cases} e^{-\xi} & \xi > 0 \\ 0 & \xi < 0 \end{cases}$$

+ 此 substitution を行ハバ

$$\begin{aligned} \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \int_0^X g(t) dt &= \lim_{\xi \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{e^{\xi}} e^{\eta - \xi} g(e^{\eta}) d\eta \\ &= \lim_{\xi \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi - \eta) f(\eta) d\eta \\ &= \mathcal{M}\{f\} \end{aligned}$$

即チ (1) ハ 上ノ如ク書ケル。

$$(3) \quad \lim_{\xi \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi - \eta) f(\eta) d\eta = \mathcal{M}\{f\} \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi) d\xi$$

(2) ノ 式 = テ $\frac{X}{n} = t$ ト オケバ

$$(4) \quad \lim_{n \rightarrow 0} n \int_0^{\infty} g(t) K(nt) dt = \mathcal{M}\{g\} \int_0^{\infty} K(x) dx$$

前同様 = $t = e^{\eta}, \quad n = e^{-\xi}$ ト オケバ

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow 0} n \int_0^{\infty} g(t) K(nt) dt &= \lim_{\xi \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(e^{\eta}) K(e^{-\xi + \eta}) e^{-\xi + \eta} d\eta \\ &= \lim_{\xi \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi - \eta) f(\eta) d\eta \end{aligned}$$

ココデ $g(e^{\eta}) = f(\eta), \quad K(e^{-\xi}) e^{-\xi} = K_2(\xi)$ ト 置ク。

(4) , Left-hand side = 於テハ $X = e^{-\xi}$ ト オキ,
 $K(e^{-\xi}) e^{-\xi} = K_2(\xi)$ ト 書ク。

然ラバ (2) ハ次ノ如ク書ケル。

$$(5) \quad \lim_{\xi \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi - \eta) f(\eta) d\eta = m\{f\} \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi) d\xi$$

(3) カラ (5) = 移ルノガ Wiener ノ Tauberian Theorem
デアアル。

$$\text{故} = K_1(\xi) \in L,$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi) e^{i\alpha\xi} d\xi \neq 0 \quad -\infty < \alpha < \infty$$

且ツ $f(\xi)$ が $(-\infty, \infty)$ テ bounded テ

$$(3) \quad m\{f\} = \frac{\lim_{\xi \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi - \eta) f(\eta) d\eta}{\int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi) d\xi} \quad \text{が存在シテ然モ}$$

finite デアルトキ, $K_2(\xi) \in L$, デアレバ

$$(5) \quad m\{f\} = \frac{\lim_{\xi \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi - \eta) f(\eta) d\eta}{\int_{-\infty}^{\infty} K_2(\xi) d\xi} \quad \text{トナルガ}$$

(5) 7 Wiener's Fundamental Formula ト云
フ、ガ妥當デハナイデセウカ。Bochner、稱スルモノハ
 $\int_{-\infty}^{\infty} K_1(\xi) d\xi = 1$, special case デアル。

今年ノ啻大學デ、數學物理學會年會、折、高橋龍夫氏、
Wiener's Formula = ツイテノ論文モ、亦 (Proc. Im-
perial Academy. X (1934) 393-396) 、泉信一氏
、Wiener's Formula = ツイテノ論文モ Wiener's

Fundamental Formula , *special case* =
過やズ、西氏ノ論文ハ *Wiener* , *Fourier transform*
ノ理論ヲ使ハズニ出来ル特殊ナ場合ダト思ヒマス。